第27卷 第6期　　工 程 数 学 学 报　　Vol. 27 No. 6
2010年12月　　CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS　　Dec. 2010

文章编号:1005-3085(2010)06-0951-08

产品族零部件关系网络的稳定性研究*

童金英[1,2]，　侯振挺[2]

(1- 东华大学理学院，上海　201620;　2- 中南大学概率统计研究所，长沙　410075)

摘　要: 本文研究复杂网络在制造领域中关于产品族零部件关系的应用分析。在已有产品族零部件关系模型的基础上，我们提出了一类改进的网络模型。利用马氏链理论中首达概率技巧，严格证明了该网络中结点入度稳态分布的存在性，并得出了度分布的具体表达式。通过对产品族零部件关系网络的研究，以系统地了解制造系统的内在机理，为企业的生产提供科学依据。

关键词: 零部件关系网络；复杂网络；度分布；马氏链

分类号: **AMS**(2000) TP14; N94　　**中图分类号**: O157.5　　**文献标识码**: A

1　引言

网络充满了整个自然界和社会，从细菌、细胞和蛋白质系统，到科学家之间的合作、论文之间的引证联系和WWW网络等，它们都构成某种网络系统。科学家发现，大多数实际的系统都是复杂网络，我们生活在一个充满着各种各样复杂网络的世界中。

近年来，关于复杂网络的研究正方兴未艾。特别是，国际上有两项开创性工作掀起了一股复杂网络研究的热潮。一是1998年Watts和Strogatz在Nature杂志上发表文章[1]，引入了小世界(Small-world)网络模型。小世界网络既具有与规则网络类似的聚类特性，又具有与随机网络类似的较小的平均路径长度。二是1999年Barabási和Albert[2]在Science上发表文章指出，许多实际复杂网络的连接度分布具有幂律形式。由于幂律分布没有明显的特征长度，该类网络又被称为无标度(Scale-free)网络。

除经典的小世界模型和无标度网络模型外，许多学者们也提出了一些其它的网络模型来描述真实世界的网络结构，如非线性择优连接模型[3]、加速增长模型[4]、重绕边的局域事件模型[5]、逐渐老化模型[6]、适应性竞争模型[7]等等。陈关荣和李翔[8]提出了在现实世界诸多复杂网络中所存在的局域世界的概念，由此设计并研究了一个全新的局域世界演化网络模型。在该模型中，BA无标度网络模型的全局择优连接只在各个节点的局域世界中适用。研究表明，局域世界演化网络模型可在指数标度和幂律标度之间自由变换，改善了无标度网络所固有的面对恶意攻击的脆弱性，增强了网络抵抗恶意攻击的强韧性。进而，他们把局域世界推广应用到互联网、世界贸易网络等其他实际的大型复杂网络的分析和建模中去。此外，生物网[9]和社会网[10]的研究也在努力推进中。例如，把合作网络的概念推广到与社会合作网络拓扑结构相似的非社会网络的描述中去，研究了公交网络、中国的旅游线路网络以及好来坞演员合作网络等广义合作网络。

然而，今后在复杂网络的研究中，我们还将面临着许多问题。譬如，如何从理论上深入探索复杂动态网络的数学物理模型，建立精确的理论框架。复杂动态网络的应用研究，如何把复杂网络的研究成果尽快地应用于实际工程和现实网络中去。

收稿日期: 2008-07-21.　**作者简介**: 童金英(1981年11月生)，女，博士. 研究方向：马氏链理论与应用.
*__基金项目__: 国家自然科学基金(10901164)；优博扶持基金(2009ybfz01).

本文将着重对复杂网络理论在机械制造行业中的应用研究。对定制企业，特别是机械制造行业中的定制企业来说，复杂机械产品包含的零部件种类和数量繁多，零部件之间的隶属关系也很复杂。另外，设计人员在设计新产品时，为达到减少设计工作量、缩短设计周期、降低生产成本等目的，通常会优先选用那些使用次数多、通用性好、可靠性高的现有零件。并且为满足客户的个性化需求，不断开发新产品。

在分析零部件关系网络时，传统方法采用单纯统计零部件数量的方法对零部件进行简单的分类管理。但单纯采用传统的网络统计参量，已不能满足激烈竞争环境中企业对降低成本和缩短生产周期的要求等关心的问题。樊蓓蓓和祁国宁[11]将复杂网络理论应用于产品族结构建模中，提出了产品族结构的零部件关系网络模型。以零部件作为网络的节点，零部件之间的隶属关系作为网络的边，并在此基础上演化出产品族结构关系的网络模型，但其考虑的是静态的网络模型。

零部件关系网中零部件数量随时间不断增长，且零部件关系网络具有择优连接特性。在文献[12]中，作者通过找出产品族零部件关系网络的演化规律，建立了动态产品族零部件关系网络。下面，我们简要回顾文献[12]中提出的模型：

(a) 初始时刻，网络有m_0个孤立结点，每个结点的入度具有初始吸引度A；

(b) 在每个时间间隔，网络增加一个新结点，增加m条新边，且新加入结点的入度也具有初始吸引度A；

(c) 新边按如下规律添加：

(i) 新边的起点在所有结点中随机选择，结点被选中的概率累加值与该结点的已有出度大小成反比，具体的累加值表达式为

$$\frac{m}{m_0+t}\cdot\Big(\frac{1}{K_i}\Big)^a;$$

(ii) 新边的终点按择优原则选择，其中每个结点i作为新边终点的概率累加值与该结点已有的入度q_i成正比，具体的概率累加值表达式为

$$\Pi(q_i)=\frac{q_i}{\sum\limits_j q_j};$$

(d) 每个时间间隔，按概率值从高到低分别选择m个结点作为新边的起点和终点，在选择的作为起点和终点的结点中随机连边。

在假设入度稳态分布存在的条件下，利用平均场方法得到了入度分布为

$$P(k)\approx\Big(1+\frac{A}{m}\Big)A^{1+\frac{A}{m}}k^{-(2+\frac{A}{m})}.$$

注1 在上述模型描述(c)中，新边起点的选择与被选中的出度成反比。而初始网络为m_0个孤立结点，其出度显然都为0，从而新边起点的选择无法进行。另外，其选择的择优概率为

$$\frac{m}{m_0+t}\cdot\Big(\frac{1}{K_i}\Big)^a,$$

不满足条件

$$\sum_i\frac{m}{m_0+t}\cdot\Big(\frac{1}{K_i}\Big)^a=1.$$

注2 根据(d)中条件，新边起点和终点的选择必须按决定性条件进行。当网络中结点个数大于m后，其将导致新加入的结点没有机会被选为新边的起点。

本文首先将在上述模型的基础上进行一些改进。另外我们知道，结点度分布存在性问题是研究网络拓扑性质中的基本问题。因此，我们将进一步在改进的零部件关系模型中建立马氏链，利用概率论中首达概率的思想严格证明入度稳态分布的存在性并推导出其具体表达式，从而为建立严格的数学理论奠定基础。

2 模型介绍与稳定性分析

首先，介绍一些符号。记 $K_i(t)$, $q_i(t)$ 分别为 t 时刻结点 i 的出度和入度。对每个新结点，记 t 时刻加入的结点为结点 t。接下来，对文献 [12] 中模型进行如下改进：

(a)′ 初始时刻网络有 m_0 个孤立结点，记为 $\{-m_0+1,-m_0+2,\cdots,0\}$，每个结点的入度具有初始吸引度 A；

(b)′ 每单位时间加入一个新结点，连出 m 条新边。新加入的结点的入度也具有初始吸引度 A；

(c)′ 新边按如下规律添加：

(i) 新边的起点在已有结点中随机选择，被选中的结点的出度的概率累加值与该结点的已有出度 K_i 成反比，具体的累加值表达式为

$$C\frac{m}{m_0+t}\cdot\Big(\frac{1}{K_i+1}\Big)^a,$$

其中

$$C=\frac{m_0+t}{m}\frac{1}{\sum\limits_i(\frac{1}{K_i+1})^a};$$

(ii) 新边的终点按择优原则选择，网络中每个旧结点被选为新边终点的概率累加值与该结点已有的入度 q_i 成正比，具体的概率累加值表达式为

$$\Pi(k_i)=\frac{q_i+A}{\sum\limits_j(q_j+A)}.$$

下面利用马氏链理论严格证明结点入度分布的存在性。对演化的 t，将入度 $q_i(t)$ 看成一个随机过程。根据模型构造可知，过程 $q_i(t)$ 在已知第 t 步取值的条件下，其第 $t+1$ 步的取值与 t 以前各步取值无关。因此，$q_i(t)$ 是马氏链，状态空间为 $\Omega=\{m,m+1,m+2,\cdots\}$，且其转移概率为

$$P\big(q_i(t+1)=l\,|\,q_i(t)=q\big)=\begin{cases}\binom{m}{j}\Big[\frac{q+A}{m_0A+(m+A)t}\Big]^j\Big[1-\frac{q+A}{m_0A+(m+A)t}\Big]^{m-j},\ l=q+j,\ 0\le j\le m,\\ 0,\quad 其它.\end{cases}\tag{1}$$

设 $P(k,i,n)$ 为 i 时刻加入的结点在 n 时刻度为 k 的概率，$P(k,i,n)\triangleq P\{k(i,n)=k\}$, $n\geq t_0$，其中

$$t_0=\begin{cases}i+[q/m], & [q/m]=q/m,\\ i+[q/m]+1, & [q/m]\neq q/m.\end{cases}$$

否则，$P(q,i,n)=0$。将

$$P(q,n)\triangleq\frac{1}{n}\sum_{i=-m_0+1}^{n}P(q,i,n)=\frac{1}{n}\sum_{i=-m_0+1}^{0}P(q,i,n)+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}P(q,i,n)\tag{2}$$

作为网络度分布的定义。记

$$\bar{P}(q,n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}P(q,i,n).$$

若 $\lim\limits_{n\to\infty}\bar{P}(q,n)$ 存在，则

$$P(q)\triangleq\lim_{n\to\infty}P(q,n)=\lim_{n\to\infty}\bar{P}(q,n).$$

设 $f(q,i,s)\triangleq P\{q(i,s)=q,\ q(i,l)\neq q,\ l=1,2,\cdots,s{-}1\}$，$s\geq t_0$，若 $s<t_0$，则 $f(q,i,s)=0$，即 $f(q,i,s)$ 是结点 i 的度在 s 时刻首次达到 k 的概率。

引理1 当 $q>0$ 时，有

$$f(q,i,s)=\sum_{j=1}^{\min(q,m)}\binom{m}{j}\Big[\frac{q-j+A}{m_0A+(m+A)(s-1)}\Big]^j\times\Big[1-\frac{q-j+A}{m_0A+(m+A)(s-1)}\Big]^{m-j}P(q-j,i,s-1),\tag{3}$$

$$P(q,i,t)=\sum_{s=t_0}^{t}f(q,i,s)\prod_{j=s}^{t-1}\Big[1-\frac{q+A}{m_0A+(m+A)j}\Big]^m,$$

$$t_0=\begin{cases}i+[q/m], & [q/m]=q/m,\\ i+[q/m]+1, & [q/m]\neq q/m.\end{cases}\tag{4}$$

证明 首先考虑方程(3)。根据产品族零部件网络模型的构造，结点的入度 $q_i(t)$ 是非减的，并且每次最多增加 m。因此，由 $q_i(t)$ 的马氏性及方程(1)可得

$$\begin{aligned}&f(q,i,s)\\ =&\ P\{q_i(s)=q,\ q_i(l)\neq q,\ l=1,2,\cdots,s-1\}\\ =&\ P\{q_i(s)=q,\ q_i(l)<q,\ l=1,2,\cdots,s-1\}\\ =&\sum_{j=1}^{\min(q,m)}P(q-j,\ i,s-1)P\{q_i(s)=q\,|\,q_i(s-1)=q-j\}\\ =&\sum_{j=1}^{\min(q,m)}\binom{m}{j}\Big[\frac{q-j+A}{m_0A+(m+A)(s-1)}\Big]^j\Big[1-\frac{q-j+A}{m_0A+(m+A)(s-1)}\Big]^{m-j}P(q-j,i,s-1).\end{aligned}$$

其次，可观察到，对结点 i，其入度至少要在第 t_0 时间步才能达到 q。并且在时刻 t 要使该结点仍保持入度为 q，则其在某时刻入度达到 q 之后，在以后的时间步入度都将不允许再增加。因此，方程(4)得证。

证毕

Stolz-Cesáro 定理[13] 设 x_n 和 y_n 为两实数序列。若序列 y_n 为正、严格单调递增，并且下面的极限存在

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_{n+1}-x_n}{y_{n+1}-y_n}=l,$$

那么极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n}$ 也存在并且等于 l。

下面我们通过数学归纳法严格证明度分布 $P(k)$ 的存在性。

引理2 设 $P(0,t)$ 为方程 (2) 中定义的概率，则 $\lim_{t\to\infty} P(0,t)$ 存在且与初始网络无关；并且

$$P(0) \triangleq \lim_{t\to\infty} P(0,t) = \frac{m+A}{m+A+mA}. \tag{5}$$

证明 从模型构造可知，结点 i 在时刻 $t+1$ 入度为 0 的概率等于其在时刻 t 入度为 0，且在 $t+1$ 时刻不被选为新边终点的概率，即

$$P(0,i,t+1) = P(0,i,t)\Big[1 - \frac{A}{m_0A+(m+A)t}\Big]^m.$$

由 $P(0,t+1,t+1)=1$ 和 $\bar{P}(0,1)=1$，且根据方程 (2) 可得

$$\begin{aligned}\bar{P}(0,t+1) &= \frac{1}{t+1}\sum_{i=1}^{t+1}P(0,i,t+1) = \frac{1}{t+1}\Big[\sum_{i=1}^{t}P(0,i,t+1)+P(0,t+1,t+1)\Big]\\ &= \frac{1}{t+1}\sum_{i=1}^{t}P(0,i,t)\Big(1-\frac{A}{m_0A+(m+A)t}\Big)^m + \frac{1}{t+1}\\ &= \frac{t}{t+1}\bar{P}(0,t)\Big(1-\frac{A}{m_0A+(m+A)t}\Big)^m + \frac{1}{t+1}\\ &= \frac{t}{t+1}\bar{P}(0,t)Z(t)^m + \frac{1}{t+1},\end{aligned}$$

其中

$$Z(t) = 1 - \frac{A}{m_0A+(m+A)t},$$

从而，通过递推有

$$\begin{aligned}\bar{P}(0,t) &= \prod_{i=1}^{t-1}\frac{i}{i+1}Z(i)^m\Bigg(\bar{P}(0,1)+\sum_{l=1}^{t-1}\frac{\frac{1}{l+1}}{\prod\limits_{j=1}^{l}(\frac{j}{j+1})Z(j)^m}\Bigg)\\ &= \prod_{i=1}^{t-1}\frac{i}{i+1}Z(i)^m\Bigg(1+\sum_{l=1}^{t-1}\frac{1}{l+1}\prod_{j=1}^{l}\Big(\frac{j}{j+1}\Big)^{-1}Z(j)^{-m}\Bigg).\end{aligned}$$

下面，我们分别设

$$x_n = 1+\sum_{l=1}^{n-1}\prod_{j=1}^{l}Z(j)^{-m},\quad y_n = n\prod_{i=1}^{n-1}Z(i)^{-m},$$

则

$$x_{n+1}-x_n = \prod_{i=1}^{n}Z(i)^{-m},\quad y_{n+1}-y_n = \prod_{i=1}^{n-1}Z(i)^{-m}\big[(n+1)Z(n)^{-m}-n\big] > 0.$$

由于 $y_n > 0$ 且 $y_{n+1}-y_n > 0$，则 $\{y_n\}$ 为严格单调递增且非负的序列。因而，$y_n \to \infty$。又

$$\frac{x_{n+1}-x_n}{y_{n+1}-y_n} = \frac{Z(n)^{-m}}{(n+1)Z(n)^{-m}-n} \to \frac{m+A}{m+A+mA},\quad n\to\infty.$$

根据 Stolz-Cesáro 定理，有

$$P(0) \triangleq \lim_{t\to\infty}P(0,t) = \lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{x_{n+1}-x_n}{y_{n+1}-y_n} = \frac{m+A}{m+A+mA}.$$

证毕

引理3 对任意正整数q，若$\lim\limits_{t\to\infty}P(q-1,t)$存在，则$\lim\limits_{t\to\infty}P(q,t)$也存在，且有

$$P(q)\triangleq\lim_{t\to\infty}P(q,t)=\frac{m(q+A-1)}{m(q+A+1)+A}P(q-1). \tag{6}$$

证明 为方便起见，将方程(3)近似表示为

$$\begin{aligned}f(q,i,s) &= m\Big[\frac{q+A-1}{m_0A+(m+A)(s-1)}\Big]\\&\quad\times\Big[1-\frac{q+A-1}{m_0A+(m+A)(s-1)}\Big]^{m-1}P(q-1,\,i,\,s-1)+o\Big(\frac{1}{s-1}\Big)\\&= mZ_1(s-1)\bar{Z}_1(s-1)^{m-1}P(q-1,\,i,\,s-1)+o\Big(\frac{1}{s-1}\Big),\end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$Z_1(t)=\frac{q+A-1}{m_0A+(m+A)t},\quad \bar{Z}_1(t)=1-\frac{q+A-1}{m_0A+(m+A)t}.$$

另外，为方便起见，分别记

$$Z_2(t)=\frac{q+A}{m_0A+(m+A)t},\quad \bar{Z}_2(t)=1-\frac{q+A}{m_0A+(m+A)t}.$$

对任意整数q，利用方程(1),(4)和(8)，我们可得

$$\begin{aligned}&P(q,t)\\=&\ \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}P(q,i,t)=\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}\sum_{s=i+[\frac{q}{m}]}^{t}f(q,i,s)\prod_{j=s}^{t-1}\bar{Z}_2(j)^m+o\Big(\frac{1}{t}\Big)\\=&\ \frac{1}{t}\sum_{s=i+[\frac{q}{m}]}^{t}\sum_{i=1}^{s-[\frac{q}{m}]}f(q,i,s)\prod_{j=s}^{t-1}\bar{Z}_2(j)^m+o\Big(\frac{1}{t}\Big)\\=&\ \frac{1}{t}\sum_{s=i+[\frac{q}{m}]}^{t}\sum_{i=1}^{s-[\frac{q}{m}]}\Big\{mP(q-1,i,s-1)Z_1(s-1)\bar{Z}_1(s-1)^{m-1}+o\Big(\frac{1}{s-1}\Big)\Big\}\prod_{j=s}^{t-1}\bar{Z}_2(j)^m+o\Big(\frac{1}{t}\Big)\\=&\ \frac{m}{t}\sum_{s=i+[\frac{q}{m}]}^{t}\Big\{(s-1)\bar{P}(q-1,s-1)Z_1(s-1)\bar{Z}_1(s-1)^{m-1}+o\Big(\frac{1}{s-1}\Big)\Big\}\prod_{j=s}^{t-1}\bar{Z}_2(j)^m+o\Big(\frac{1}{t}\Big)\\=&\ \frac{m}{t}\prod_{j=i+[\frac{q}{m}]}^{t-1}\bar{Z}_2(j)^m\Big\{\Big(i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)\bar{P}\Big(q-1,i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)Z_1\Big(i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)\bar{Z}_1\Big(i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)^{m-1}\\&+\sum_{s=i+[\frac{q}{m}]}^{t-1}s\bar{P}(q-1,s)Z_2(s)\bar{Z}_2(s)^{m-1}\prod_{j=i+[\frac{q}{m}]}^{s}\bar{Z}_2(j)^{-m}+o\Big(\frac{1}{s}\Big)\Big\}+o\Big(\frac{1}{t}\Big).\end{aligned}$$

分别设

$$\begin{aligned}x_n &= \Big(i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)\bar{P}\Big(q-1,i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)Z_1\Big(i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)\bar{Z}_1\Big(i+\Big[\frac{q}{m}\Big]-1\Big)^{m-1}\\&\quad+\sum_{s=i+[\frac{q}{m}]}^{n-1}\Big(s\bar{P}(q-1,s)Z_1(s)\bar{Z}_2(s)^{m-1}\prod_{j=i+[\frac{q}{m}]}^{s}\bar{Z}_2(j)^{-m}\Big)+o\Big(\frac{1}{s}\Big),\end{aligned}$$

$$y_n = \frac{n}{m}\prod_{j=i+[\frac{q}{m}]}^{n-1}\bar{Z}_2(j)^{-m}.$$

显然，有

$$x_{n+1}-x_n = \left(n\bar{P}(q-1,n)Z_1(n)\bar{Z}_1(n)^{m-1}+o\left(\frac{1}{n}\right)\right)\prod_{j=i+[\frac{q}{m}]}^{n}\bar{Z}_2(j)^{-m},$$

$$y_{n+1}-y_n = \frac{1}{m}\prod_{j=i+[\frac{q}{m}]}^{n-1}\bar{Z}_2(j)^{-m}\big((n+1)\bar{Z}_2(n)^{-m}-n\big).$$

由于$\{y_n\}$为严格单调递增且非负序列，因此$y_n\to\infty$。同时，通过计算有

$$\begin{aligned}\frac{x_{n+1}-x_n}{y_{n+1}-y_n} &= \frac{\left(n\bar{P}(q-1,n)Z_1(n)\bar{Z}_1(n)^{m-1}+o(\frac{1}{n})\right)\bar{Z}_2(n)^{-m}}{\frac{1}{m}\left((n+1)\bar{Z}_2(n)^{-m}-n\right)}\\ &\to \frac{m(q+A-1)}{m(q+A+1)+A}\bar{P}(q-1),\quad n\to\infty.\end{aligned}$$

因此，根据Stolz-Cesáro定理，有

$$\lim_{t\to\infty}P(q,t)=\frac{m(q+A-1)}{m(q+A+1)+A}P(q-1).$$

证毕

下面定理为本文的主要结论。

定理1　对任意正整数q，产品零部件网络的入度分布$P(q)$存在，且为

$$\begin{aligned}P(q) &= \frac{m+A}{m}\frac{\Gamma(A+\frac{A}{m}+1)}{\Gamma(A)}\frac{\Gamma(q+A)}{\Gamma(q+A+2+\frac{A}{m})}\\ &\sim \frac{m+A}{m}\frac{\Gamma(A+\frac{A}{m}+1)}{\Gamma(A)}q^{-(2+\frac{A}{m})},\quad 当\ q\ 充分大时.\end{aligned}\tag{8}$$

证明　根据引理2和3，并利用数学归纳法容易得到，该模型的稳态度分布存在。由方程(6)递推至$q=1$，有

$$\begin{aligned}\lim_{t\to\infty}P(q,t) &= \frac{m(q+A-1)}{m(q+A+1)+A}P(q-1)\\ &= \frac{\Gamma(A+\frac{A}{m}+2)}{\Gamma(A)}\frac{\Gamma(q+A)}{\Gamma(q+A+\frac{A}{m}+2)}P(0)\\ &= \frac{m+A}{m}\frac{\Gamma(A+\frac{A}{m}+1)}{\Gamma(A)}\frac{\Gamma(q+A)}{\Gamma(q+A+\frac{A}{m}+2)}.\end{aligned}$$

对充分大的q，有$\lim\limits_{q\to\infty}\frac{\Gamma(q)}{\Gamma(q+p)}=q^{-p}$。因此，当$q$充分大时，我们有

$$P(q)\sim\frac{m+A}{m}\frac{\Gamma(A+\frac{A}{m}+1)}{\Gamma(A)}q^{-(\frac{A}{m}+2)}.$$

证毕

3 小结

对于产品族零部件关系网络模型，本文利用马氏链理论严格证明了入度分布的存在性，并且推得其服从幂率分布。因此，在零部件生产管理中，可以利用该网络的这种重要性质来分析产品零部件之间的复杂结构关系及其内在的演化规律，从而全面客观地反映定制产品的实际情况，找到更加科学合理的零部件分析和管理方法。

参考文献：

[1] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. Nature, 1998, 393: 440-442
[2] Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286: 509-512
[3] Krapivsky P L, Redner S, Leyvraz F. Connectivity of growing random networks[J]. Physical Review Letter, 2000, 85: 4629-4632
[4] Dorogovtsev S N, Mendes J F F. Scaling properties of scale-free evolving networks: continuous approach[J]. Physical Review E, 2001, 63(5): 056125-056143
[5] Albert R, Barabási A L. Topology of evolving networks: local events and universality[J]. Physical Review Letter, 2000, 85: 5234-5237
[6] Dorogovtsev S N, Mendes J F F, Samukhin A N. Structure of growing networks with preferential linking[J]. Physical Review Letter, 2000, 85: 4633-4636
[7] Bianconi G, Barabási A L. Competition and multiscaling in evolving networks[J]. Europhysics Letter, 2001, 54: 436-442
[8] Li X, Chen G R. A local-world evolving network model[J]. Physica A, 2003, 328: 274-286
[9] Jeong H, Mason S P, *et al.* Lethality and centrality in protein networks[J]. Nature, 2001, 411: 41-42
[10] Zhang P P, Chen K, *et al.* Model and empirical study on some collaboration networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2006, 360: 599-616
[11] 樊蓓蓓，祁国宁. 基于复杂网络的产品族结构建模及模块分析方法[J]. 机械工程学报，2007, 43: 187-198
Fan P P, Qi G N. Modeling of product family structure and module analysis method based on complex network[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43: 187-198
[12] 郭雷，许晓鸣. 复杂网络[M]. 上海：上海科技教育出版社，2007
Guo L, Xu X M. Complex Network[M]. Shanghai: Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House, 2007
[13] Stolz O. Vorlesungen Uber Allgemiene Arithmetic[M]. Teubner: Leipzig, 1886

Stability Analysis of the Parts Relation Network of a Product Family

TONG Jin-ying[1,2], HOU Zhen-ting[2]

(1- School of Science, Donghua University, Shanghai 201620;
2- Institute of Probability and Statistics, Central South University, Changsha 410075)

Abstract: In this paper, we mainly study the application of complex network to the parts relation network of a product family in the area of manufacture. Based on existing models, we propose an improved model, provide a rigorous proof for the existence of the steady-state in-degree distribution, and moreover, mathematically derive its explicit expression. Through the research on the parts relation network, we can understand the inherent mechanism of manufacturing systems systematically, it will provide scientific guides for the production of an enterprise.

Keywords: parts relation network; complex networks; degree distribution; Markov chain

Received: 21 July 2008. **Accepted:** 15 July 2009.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (10901164); the Graduate Innovation Program of Central South University (2009ybfz01).